

## MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK

**1. A mesterképzési szak megnevezése:** matematikus (Mathematics)

**2. A mesterképzési szakon szerezhető végzettségi szint és a szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:**

- végzettségi szint: mesterfokozat (magister, master; rövidítve: MSc)
- szakképzettség: okleveles matematikus
- a szakképzettség angol nyelvű megjelölése: Mathematician

**3. Képzési terület:** természettudomány

**4. A mesterképzésbe történő belépésnél előzményként elfogadott szakok:**

- 4.1. Teljes kreditérték beszámításával vehető figyelembe: a matematika alapképzési szak.
- 4.2. A bemenethez a 10. pontban meghatározott kreditek teljesítésével elsősorban számításba vehető alapképzési szakok: a természettudomány, műszaki, informatika képzési területek valamennyi alapképzési szakja, a gazdaságtudományok képzési terület közgazdasági képzési ágának gazdaságelemzés alapképzési szakja.
- 4.3. A 10. pontban meghatározott kreditek teljesítésével vehetők figyelembe: azok az alap- vagy mesterfokozatot adó alapképzési szakok, illetve a felsőoktatásról szóló 1993. évi LXXX. törvény szerinti főiskolai vagy egyetemi szintű alapképzési szakok, amelyeket a kredit megállapításának alapjául szolgáló ismeretek összevetése alapján a felsőoktatási intézmény kreditátviteli bizottsága elfogad.

**5. A képzési idő félévekben:** 4 félév.

**6. A mesterfokozat megszerzéséhez összegyűjtendő kreditek száma:** 120 kredit.

- 6.1. Az alapozó ismeretekhez rendelhető kreditek száma: 15-25 kredit;
- 6.2. A szakmai törzsanyaghoz rendelhető kreditek száma: 20-40 kredit;
- 6.3. A differenciált szakmai anyaghoz rendelhető kreditek száma: 30-60 kredit;
- 6.4. A szabadon választható tantárgyakhoz rendelhető kreditek minimális értéke: 6 kredit;
- 6.5. A diplomamunkához rendelt kreditérték: 20 kredit;
- 6.6. A gyakorlati ismeretek aránya: az intézményi tanterv szerint legalább 30 %.

**7. A mesterképzési szak képzési célja, az elsajátítandó szakmai kompetenciák:**

A képzés célja olyan tudományos kutatási szintet elérő, szakmai felkészültséggel rendelkező szakemberek képzése, akik megszerzett matematikai szaktudásukat képesek alkotó módon a gyakorlatban is felhasználni. Nyitottak szakterületük és a rokon szakterületek új tudományos eredményeinek kritikus befogadására. Egyaránt alkalmasak elméleti és gyakorlati matematikai problémák modellezésére, megoldási eljárások kidolgozására és ezen eljárások tényleges folyamatának irányítására. Megfelelően felkészültek tanulmányaik doktori képzés keretében történő folytatására.

*a) A mesterképzési szakon végzettek ismerik:*

- az algebra, analízis, diszkrét matematika, geometria, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapvető eredményeit,
- a matematika legfontosabb alkalmazási területeit,
- a szakma gyakorlásához szükséges informatikai ismeretanyagot.

*b) A mesterképzési szakon végzettek alkalmasak:*

- ismereteik önálló továbbfejlesztésére,

- a matematikai ismeretek alkotó jellegű integrálására és alkalmazására a természettudományok, gazdaságtudományok, műszaki és informatikai tudományok által felvetett problémák megoldásában,
- a műszaki és a gazdasági életben működő bonyolult rendszerek áttekintésére, matematikai elemzésére és modellezésére, döntési folyamatok előkészítésére,
- a számítástechnika eszközeinek alkalmazásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére,
- magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

c) *A szakképzettség gyakorlásához szükséges személyes adottságok és készségek:*

- jó problémamegoldó képesség,
- kritikai gondolkodás,
- absztrakciós és modellalkotó képesség,
- rendszerszerű gondolkodás,
- szakmai felelősségvállalás,
- önálló döntéshozatal,
- szakmai együttműködés,
- csoportmunkában való részvétel képessége.

## **8. A mesterfokozat és a szakképzettség szempontjából meghatározó ismeretkörök:**

*8.1. Az alapképzésben megszerzett ismereteket tovább bővítő, mesterfokozathoz szükséges alapozó ismeretkörök:*

*Elméleti alapozás: 15-25 kredit*

algebra alapjai (Unitér terek, spektráltétel. Polinommatrixok kanonikus alakja. Matrixok minimálpolinomja, Cayley-Hamilton-tétel. Jordan-féle normálalak. Sajátvektor. Kvadratikus alakok, Sylvester tétele. Algebrai struktúrák. A csoportelmélet alapjai: permutációcsoportok, Lagrange-tétel, normálosztók és faktorcsoporthok. A véges Abel-csoportok alaptétele. A gyűrűelmélet alapjai: Integritástartományok. Testkonstrukciók, véges testek), analízis alapjai (Mértékelmélet. Lebesgue-integrál. Függvényterek. Komplex függvénytan. Cauchy-tétel és integrálformula. Analitikus függvények hatványsora. Izolált szinguláris helyek, reziduum-tétel. Közönséges differenciálegyenletek. Egzisztencia és unicitási tételek. Lineáris egyenletek és rendszerek. Hilbert-terek, ortonormált rendszerek), geometria alapjai (Nemeuklideszi geometriák: Projektív terek. Csoportelméleti vonatkozásai, transzformáció-csoportok geometriája. Vektoranalízis: Differenciálszámítás, vektorkalkulus 3-dimenzióban. Topológikus és metrikus tér fogalma. Sorozatok és konvergencia. Kompaktság és összefüggőség.), valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapjai (Bayes-tétel, sztochasztikus függetlenség. Valószínűségi változók és az eloszlásfüggvény. Várható érték, szórásnégyzet, kovarianciamátrix. Nagy számok erős és gyenge törvényei. Borel-Cantelli-lemma. A feltételes várható érték általános fogalma. Független tagú sorok. Karakterisztikus függvények alapjai. Centrális határeloszlás-tétel. Statisztikai sokaság, véletlen minta, empirikus eloszlás, Glivenko-Cantelli-tétel, nevezetes statisztikák. Maximum-likelihood-bebecslés, momentum-módszer. Neyman-Pearson-lemma. Konfidenciaintervallumok. Paraméteres próbák és nemparaméteres próbák).

*8.2. A szakmai törzsanyag kötelező ismeretkörei: 20-40 kredit*

Az alábbi ismeretkörök közül legalább négy témakör ismeretanyagának választása:

*Algebra és számelmélet (5-12 kredit):* Csoportelmélet. Permutációcsoportok. Csoport automorfizmusai, szemidirekt szorzat. Konjugáltság, normalizátor, centralizátor, centrum. Osztályegyenlet, Cauchy-tétel, Sylow-tételek. Véges  $p$ -csoportok. Nilpotens, ill. feloldható csoportok. A véges nilpotens csoportok jellemzése. Szabad csoportok, definiáló relációk. Szabad Abel-csoportok. A végesen generált Abel-csoportok alaptétele. Lineáris csoportok.

Testelmélet. Testbővítés. Végesfokú bővítés, fokszám-tétel. Felbontási test, normális testbővítés. Véges testek. Tökéletes testek és végesfokú bővítéseik. Test algebrai lezártja. Galois-csoport, a Galois-elmélet főtétele. Radikálbővítés. A gyökjelekkel való megoldhatóság jellemzése. Ruffini-Abel-tétel. Gyökjelekkel megoldhatatlan racionális együtthatós algebrai egyenlet létezése. Algebrai feltétel geometriai alakzat szerkeszthetőségére körzővel és vonalzóval. Az algebrai kombinatorika elemei. Kvadratikusan kongruenciák, Legendre-szimbólum. Diszkrét logaritmus (index). Egyértelmű prímfaktorizáció kérdése bizonyos másodfokú számtestekben. Diofantikus problémák. Lánctörtek és alkalmazásai.

*Analízis (5-12 kredit):* Funkcionálanalízis elemei. Stone-Weierstrass-tétel. Banach-terek, korlátos lineáris transzformációk. Az  $L_p$ -terek duálisai, folytonos függvények terének duálisa, Hilbert-tér duálisa, reflexivitás. Hahn-Banach-tétel, Banach-Steinhaus-tétel, nyílt leképezések tétele és következményeik. Parciális differenciálegyenletek. A matematikai fizika modellegyenleteire kitzúzott kezdetiérték- és peremérték-problémák egzisztencia-, unicitás- és stabilitásvizsgálatai (húr rezgése, hővezetés, Laplace-egyenlet). A karakterisztikák módszere. Fourier-módszer. Maximum-minimum-elv lineáris egyenletekre. Green-függvény. A Dirichlet-probléma megoldása gömbben. Fourier-sorok. Fejér-tétel. A trigonometrikus rendszer teljessége. Riemann-lemma. Konvergencia-kritériumok. Fourier-transzformált. Inverziós formula. Ortogonális polinomok. Laguerre-függvények teljessége. Laplace-transzformáció.

*Geometria (5-12 kredit):* Differenciálgeometria és topológia. Sokaságok, szimpliális felbontások. Kompakt felületek osztályozása. Homotópia. Sima sokaságok, tenzorok és differenciálformák. A  $d$ -operátor és Stokes tétele, bevezetés a de Rham-elméletbe. Riemann-metrika, görbület és geodetikusok felületeken. Gauss-Bonnet-tétel. Véges geometriák. Illeszkedési struktúrák. Projektív és affin síkok. Galois-geometriák. Kombinatorikai és csoportelméleti módszerek geometriai alkalmazásai. Véges algebrai geometria. Kódelméleti alkalmazások.

*Valószínűség-számítás és matematikai statisztika (5-12 kredit):* Martingálok. Martingál, szub- és supermartingál. Konvergenciatétel, reguláris martingálok. Doob-felbontás, négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza. Megállási idők, Wald-azonosság. Markov-láncok. Diszkrét paraméterű Markov-láncok. Az állapotok osztályozása, periódus, átmeneti és visszatérő állapotok. Az átmenet-valószínűségek határértéke. Pozitív és nullállapotok. Stacionárius eloszlás, ergodikus Markov-láncok. Pontfolyamatok, Poisson-folyamat. Wiener-folyamat konstrukciója. Kvadratikusan variáció. A trajektóriák analitikus tulajdonságai (folytonosság, nem-differenciálhatóság, Hölder-folytonosság). Faktoranalízis. Többszemponos szórásanalízis, szórásfelbontó táblázatok. Főkomponens- és faktoranalízis, a főkomponensek, faktorok becslése, a faktorszám meghatározása, faktorok forgatása.

*Diszkrét matematika (5-12 kredit):* Testek alkalmazásai. Párosításelmélet, általános faktorok. Gráfok beágyazásai. Erősen reguláris gráfok, az egészségi feltétel és alkalmazásai. Leszámláló kombinatorika: generátorfüggvények, inverziós formulák, rekurziók. Mechanikus összegzés. Gráfelméleti alkalmazások (fák, feszítő fák, 1-faktorok száma). Véletlen módszerek: várható érték és második momentum módszer, véletlen gráfok, küszöbfüggvény. Extremális kombinatorika: extremális halmazrendszerekről és gráfokról szóló klasszikus tételek. Rendezés és kiválasztás, kupac. Dinamikus programozás. Gráfalgoritmusok: szélességi és mélységi keresés, feszítőfák, legrövidebb utak, párosítás páros gráfban, magyar módszer, folyamok. Kereső fák, amortizációs idő, Fibonacci-kupac. Huffman-kód, Lempel-Ziv-Welch eljárása.

*Operációkutatás (5-12 kredit):* Lineáris optimalizálás: klasszikus eredmények (pl. alternatíva tételek, dualitás, Minkowsky-Weyl-tétel); Pivot-algoritmusok (szimplex, criss-cross); belsőpontos algoritmusok (logaritmikusan barrier-módszer, Karmarkar-algoritmus); ellipszoid-algoritmus. Nemlineáris optimalizálás: konvex optimalizálás klasszikus eredményei

(szeparációs tételek, konvex Farkas-tétel, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, Lagrange-függvény és nyeregpont-tétel); módszerek (Newton-módszer, redukált gradiens módszer, belsőpontos algoritmus). Diszkrét optimalizálás: klasszikus eredmények (Max folyam min vágás, Egerváry-dualitás, Hoffman-tétel); poliédes kombinatorika (teljesen unimoduláris mátrixok alkalmazásai, teljesen duális egészértékűség, párosítás poliéder); Gráfalgoritmusok (magyar-módszer, Edmonds-Karp-algoritmus, előfolyam-algoritmus, költséges áram); NP-teljes problémák algoritmikus megközelítései (dinamikus programozás, Lagrange-relaxáció, korlátozás és szétválasztás, mohó algoritmusok). Sztochasztikus programozás: alapmodellek (várható értékkel és valószínűséggel megfogalmazott, statikus és dinamikus); megoldó módszerek. Optimalizálásra vezető gyakorlati problémák (modellek).

*8.3. A szakmai törzsanyag kötelezően választható ismeretkörei:*

*differentiált szakmai ismeretek 30-60 kredit:*

A következő ismeretkörök közül legalább három témakör ismeretanyagának választása úgy, hogy a választott témakörök mindegyikéből legalább 10-10 kreditet kell teljesíteni.

*Algebra:* (algebrai kódelmélet, csoportelmélet, csoportok reprezentációelmélet, félcsoportelmélet, gyűrűelmélet, hálóelmélet, homologikus algebra, kommutatív algebra, univerzális algebra).

*Számelmélet:* (additív számelmélet, az algebrai számelmélet elemei, diofantikus egyenletek, kongruenciák és alkalmazásai, konstruktív számelmélet).

*Analízis:* (dinamikai modellek, komplex függvénytan, operátorelmélet, reprezentációelmélet, valós függvénytan).

*Geometria:* (algebrai geometria, algebrai topológia, differenciáلتopológia, diszkrét geometria, geometriai modellezés, hiperbolikus geometria, konvex halmazok, Lie-csoportok).

*Sztochasztika:* (független növekményű folyamatok, határeloszlástételek, idősorok elemzése, információelméleti alapfogalmak, paraméteres és nem-paraméteres próbák, statisztikai programcsomagok)

*Diszkrét matematika:* (extremális kombinatorika, gráfelmélet, kódok és szimmetrikus struktúrák).

*Operációkutatás:* egészértékű programozás, folytonos optimalizálás, játékelmélet, kombinatorikus optimalizálás, matroidelmélet, sztochasztikus optimalizálás, ütemezéselmélet;

*diplomamunka: 20 kredit.*

## **9. Idegennyelvi követelmények:**

A mesterfokozat megszerzéséhez bármely olyan élő idegen nyelvből, amelyen az adott szakmának tudományos szakirodalma van, államilag elismert középfokú (B2) komplex típusú nyelvvizsga vagy ezzel egyenértékű érettségi bizonyítvány vagy oklevél szükséges.

## **10. A mesterképzésbe való felvétel feltételei:**

A hallgatónak a kredit megállapítása alapjául szolgáló ismeretek – felsőoktatási törvényben meghatározott – összevetése alapján elismerhető legyen legalább 65 kredit a korábbi matematikai tanulmányai alapján algebra, analízis, geometria, halmazelmélet, kombinatorika, matematikai logika, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás tárgyak ismeretköreiből.